



# BREVET D'INVENTION

## CERTIFICAT D'UTILITÉ - CERTIFICAT D'ADDITION

### COPIE OFFICIELLE

Le Directeur général de l'Institut national de la propriété industrielle certifie que le document ci-annexé est la copie certifiée conforme d'une demande de titre de propriété industrielle déposée à l'Institut.

Fait à Paris, le **15 FEV. 2001**

Pour le Directeur général de l'Institut  
national de la propriété industrielle  
Le Chef du Département des brevets

Martine PLANCHE

INSTITUT  
NATIONAL DE  
LA PROPRIÉTÉ  
INDUSTRIELLE

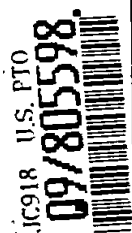
SIEGE  
26 bis, rue de Saint Petersburg  
75800 PARIS cedex 08  
Téléphone : 01 53 04 53 04  
Télécopie : 01 42 93 59 30  
<http://www.inpi.fr>


THIS PAGE BLANK (USPTO)

REQUÊTE EN DÉLIVRANCE 1/2

Cet imprimé est à remplir lisiblement à l'encre noire

DB 540 W / 260899

|   |                      |  |      |
|---|----------------------|--|------|
| <b>REMISE DES PIÈCES</b><br>DATE <b>12 SEPT 2000</b><br>LIEU <b>75 INPI PARIS</b><br>N° D'ENREGISTREMENT <b>0011584</b><br>NATIONAL ATTRIBUÉ PAR L'INPI<br>DATE DE DÉPÔT ATTRIBUÉE PAR L'INPI <b>12 SEP. 2000</b> |                      | <b>1 NOM ET ADRESSE DU MANDATAIRE</b><br>À QUI LA CORRESPONDANCE DOIT ÊTRE ADRESSÉE<br><br><b>CABINET BONNÉTAT</b><br><br><b>29, Rue de Saint-Pétersbourg</b><br><b>75008 PARIS</b>  |      |
| <b>Vos références pour ce dossier</b><br><i>(facultatif)</i> <b>MICRO-24</b>  |                      |   |      |
| <b>Confirmation d'un dépôt par télécopie</b> <input type="checkbox"/> N° attribué par l'INPI à la télécopie   |                      |  |      |
| <b>2 NATURE DE LA DEMANDE</b>   |                      | <b>Cochez l'une des 4 cases suivantes</b>  |      |
| Demande de brevet   |                      | <input checked="" type="checkbox"/>  |      |
| Demande de certificat d'utilité   |                      | <input type="checkbox"/>   |      |
| Demande divisionnaire   |                      | <input type="checkbox"/>   |      |
| <i>Demande de brevet initiale</i><br><i>ou demande de certificat d'utilité initiale</i>   |                      | N° _____ Date : / /<br>N° _____ Date : / /   |      |
| Transformation d'une demande de brevet européen <i>Demande de brevet initiale</i>   |                      | <input type="checkbox"/><br>N° _____ Date : / /  |      |
| <b>3 TITRE DE L'INVENTION (200 caractères ou espaces maximum)</b><br><br><b>Procédé et dispositif pour déplacer un mobile sur une base.</b>   |                      |  |      |
| <b>4 DÉCLARATION DE PRIORITÉ</b><br><b>OU REQUÊTE DU BÉNÉFICE DE</b><br><b>LA DATE DE DÉPÔT D'UNE</b><br><b>DEMANDE ANTÉRIEURE FRANÇAISE</b>  |                      | Pays ou organisation _____ N° _____<br>Date : / /<br>Pays ou organisation _____ N° _____<br>Date : / /<br>Pays ou organisation _____ N° _____<br>Date : / /<br><input type="checkbox"/> <b>S'il y a d'autres priorités, cochez la case et utilisez l'imprimé «Suite»</b> |      |
| <b>5 DEMANDEUR</b>  |                      | <input type="checkbox"/> <b>S'il y a d'autres demandeurs, cochez la case et utilisez l'imprimé «Suite»</b>   |      |
| Nom ou dénomination sociale   |                      | MICRO CONTROLE SA  |      |
| Prénoms   |                      |  |      |
| Forme juridique   |                      | Société Anonyme  |      |
| N° SIREN  |                      | 3 . 7 . 9 . 6 . 1 . 8 . 2 . 4 . 2  |      |
| Code APE-NAF  |                      | 2 . 8 . 5 . D .  |      |
| Adresse   | Rue                  | 3 bis, Rue Jean Mermoz   |      |
|   | Code postal et ville | 91006  | EVRY |
| Pays  |                      | FRANCE   |      |
| Nationalité   |                      | Française  |      |
| N° de téléphone <i>(facultatif)</i>   |                      |  |      |
| N° de télécopie <i>(facultatif)</i>   |                      |  |      |
| Adresse électronique <i>(facultatif)</i>  |                      |  |      |

|  |                      |   |                  |  |  |
|--|----------------------|---|------------------|--|--|
| REMISE DES PIÈCES<br>DATE <b>12 SEPT 2000</b><br>LIEU <b>75 INPI PARIS</b><br>N° D'ENREGISTREMENT<br>NATIONAL ATTRIBUÉ PAR L'INPI <b>0011584</b> |                      | Réservé à l'INPI  |                  | DB 540 W / 260899  |  |
| Vos références pour ce dossier :<br><i>(facultatif)</i>  |                      |   | MICRO-24         |  |  |
| <b>6 MANDATAIRE</b>  |                      |   |                  |  |  |
| Nom  |                      |   | HAUER            |  |  |
| Prénom   |                      |   | Bernard          |  |  |
| Cabinet ou Société   |                      |   | CABINET BONNETAT |  |  |
| N° de pouvoir permanent et/ou de lien contractuel  |                      |   |                  |  |  |
| Adresse  | Rue                  | 29, Rue de Saint-Petersbourg  |                  |  |  |
|  | Code postal et ville | 75008   | PARIS            |  |  |
| N° de téléphone <i>(facultatif)</i>  |                      | 01 42 93 66 65  |                  |  |  |
| N° de télécopie <i>(facultatif)</i>  |                      | 01 42 93 69 51  |                  |  |  |
| Adresse électronique <i>(facultatif)</i>   |                      |   |                  |  |  |
| <b>7 INVENTEUR (S)</b>   |                      |   |                  |  |  |
| Les inventeurs sont les demandeurs   |                      | <input type="checkbox"/> Oui<br><input checked="" type="checkbox"/> Non Dans ce cas fournir une désignation d'inventeur(s) séparée  |                  |  |  |
| <b>8 RAPPORT DE RECHERCHE</b>  |                      | Uniquement pour une demande de brevet (y compris division et transformation)  |                  |  |  |
| Établissement immédiat ou établissement différé  |                      | <input checked="" type="checkbox"/><br><input type="checkbox"/>   |                  |  |  |
| Paiement échelonné de la redevance   |                      | Paiement en trois versements, uniquement pour les personnes physiques<br><input type="checkbox"/> Oui<br><input type="checkbox"/> Non   |                  |  |  |
| <b>9 RÉDUCTION DU TAUX DES REDEVANCES</b>  |                      | Uniquement pour les personnes physiques<br><input type="checkbox"/> Requête pour la première fois pour cette invention <i>(joindre un avis de non-imposition)</i><br><input type="checkbox"/> Requête antérieurement à ce dépôt <i>(joindre une copie de la décision d'admission pour cette invention ou indiquer sa référence)</i> |                  |  |  |
| Si vous avez utilisé l'imprimé «Suite», indiquez le nombre de pages jointes  |                      |   |                  |  |  |
| <b>10 SIGNATURE DU DEMANDEUR</b><br>OU DU MANDATAIRE<br>(Nom et qualité du signataire)<br>MANDATAIRE "CPI brevet" :<br>B. HAUER<br>98-0504 (B)   |                      |   |                  | VISA DE LA PRÉFECTURE<br>OU DE L'INPI<br> |  |

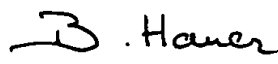
DÉPARTEMENT DES BREVETS

26 bis, rue de Saint Pétersbourg  
75800 Paris Cedex 08  
Téléphone : 01 53 04 53 04 Télécopie : 01 42 94 86 54

DÉSIGNATION D'INVENTEUR(S) Page N° 1.. / 1..  
(Si le demandeur n'est pas l'inventeur ou l'unique inventeur)

Cet imprimé est à remplir lisiblement à l'encre noire

DB 113 W / 260899

|   |                      |   |         |
|---|----------------------|---|---------|
| Vos références pour ce dossier<br>(facultatif)  |                      | MICRO-24  |         |
| N° D'ENREGISTREMENT NATIONAL  |                      | 00 11 58 4  |         |
| TITRE DE L'INVENTION (200 caractères ou espaces maximum)  |                      |   |         |
| Procédé et dispositif pour déplacer un mobile sur une base.   |                      |   |         |
| LE(S) DEMANDEUR(S) :  |                      |   |         |
| MICRO CONTROLE SA   |                      |   |         |
| DESIGNE(NT) EN TANT QU'INVENTEUR(S) : (Indiquez en haut à droite «Page N° 1/1» S'il y a plus de trois inventeurs, utilisez un formulaire identique et numérotez chaque page en indiquant le nombre total de pages). |                      |   |         |
| Nom   |                      | NGUYEN  |         |
| Prénoms   |                      | Van Diep  |         |
| Adresse   | Rue                  | 4, Rue du Docteur J.L. Barry  |         |
|   | Code postal et ville | 77140   | NEMOURS |
| Société d'appartenance (facultatif)   |                      |   |         |
| Nom   |                      | LEVINE  |         |
| Prénoms   |                      | Jean  |         |
| Adresse   | Rue                  | 33, Rue des Archives  |         |
|   | Code postal et ville | 75004   | PARIS   |
| Société d'appartenance (facultatif)   |                      |   |         |
| Nom   |                      |   |         |
| Prénoms   |                      |   |         |
| Adresse   | Rue                  |   |         |
|   | Code postal et ville |   |         |
| Société d'appartenance (facultatif)   |                      |   |         |
| DATE ET SIGNATURE(S)<br><del>DU(DES) DEMANDEUR(S)</del><br><del>DU MANDATAIRE</del><br>(Nom et qualité du signataire)   |                      | Le 12 septembre 2000<br><br>MANDATAIRE "CPI brevet" :<br>B. HAUER<br>98-0504 (B)  |         |

**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

La présente invention concerne un procédé et un dispositif pour déplacer un mobile sur une base.

Ledit dispositif est du type comportant un actionneur commandable, par exemple un moteur électrique, destiné à engendrer un déplacement linéaire du mobile sur la base, ainsi qu'un système qui est formé d'une pluralité d'éléments qui sont amenés en mouvement lors du déplacement dudit mobile.

Dans le cadre de la présente invention, ledit système présente au moins deux mouvements différents et comporte comme éléments susceptibles d'être amenés en mouvement, en particulier :

- ladite base qui peut être montée élastiquement par rapport au sol, notamment pour l'isoler de vibrations provenant dudit sol ; et/ou
- une ou plusieurs masses auxiliaires, par exemple des supports de mesure et/ou des charges, qui sont liées élastiquement à la base ; et/ou
- une ou plusieurs masses auxiliaires, par exemple également des supports de mesure et/ou des charges, qui sont liées élastiquement au mobile.

Lors de la mise en mouvement du mobile, lesdits éléments du système se mettent à bouger. Mais surtout, en raison de la liaison élastique précitée, ces éléments continuent toujours de bouger lorsque le déplacement du mobile est terminé et que ce dernier revient à l'arrêt.

Une telle poursuite des mouvements dudit système est généralement indésirable, car elle peut entraîner de nombreux inconvénients. En particulier, elle peut perturber des mesures, notamment des mesures de positionnement, qui sont faites sur le mobile ou sur ces éléments.

Aussi, un objet de la présente invention est de commander le mobile de sorte que tous les éléments en mouvement dudit système, par exemple la base et/ou des masses auxiliaires, sont à l'arrêt à la fin du déplacement du mobile.

5           Concernant ladite base, si elle est montée élastiquement par rapport au sol, on sait que, lors de la mise en mouvement du mobile, durant les phases d'accélération et de décélération, elle est soumise à la réaction de la force appliquée au mobile par l'actionneur. Cet effort de réaction excite la base qui oscille alors sur ses supports. Ceci perturbe le positionnement relatif du mobile par rapport à la base, et nuit fortement à la précision du dispositif.

Cette erreur de position relative subsiste après la fin du déplacement du mobile et ne disparaît qu'après la stabilisation (qui a lieu bien plus tard) de la base.

15           On connaît différentes solutions pour remédier à cet inconvénient. Certaines de ces solutions prévoient notamment :

- d'immobiliser la base pendant les phases d'accélération et de décélération par un système de blocage, par exemple électromagnétique, qui est monté en parallèle avec les supports élastiques. Cette solution connue empêche toutefois les supports d'isoler la base des vibrations provenant du sol lors desdites phases d'accélération et de décélération ;
- d'annuler l'effet produit par la force engendrée par l'actionneur, en prévoyant un actionneur additionnel qui est agencé entre la base et le sol et qui engendre une force additionnelle de même amplitude, mais de sens opposé ; ou
- de déplacer un mobile additionnel sur la base selon un déplacement analogue, mais de sens opposé, par rapport au déplacement du mobile, de manière à annuler les effets d'inertie.

Toutefois, aucune de ces solutions connues n'est satisfaisante, puisque leurs efficacités sont réduites et qu'elles nécessitent toutes des moyens supplémentaires (système de blocage, actionneur additionnel, mobile additionnel) qui augmentent notamment la complexité, le coût et l'encombrement du dispositif.

De plus, surtout, ces solutions mettent en œuvre une action qui agit uniquement sur la base et non sur les autres éléments du système qui, eux, continuent à bouger à l'arrêt du mobile.

La présente invention a pour objet de remédier à ces inconvénients. Elle concerne un procédé pour déplacer, de façon extrêmement précise et à coût réduit, un mobile sur une base montée par exemple sur le sol, tout en amenant à l'arrêt à la fin du déplacement tous les mouvements engendrés par ce déplacement, ledit mobile étant déplacé linéairement selon un déplacement prédéterminé en distance et en temps, sous l'action d'une force commandable.

A cet effet, ledit procédé est remarquable selon l'invention en ce que :

a) on définit des équations qui :

- illustrent un modèle dynamique d'un système formé par des éléments, dont ledit mobile, qui sont amenés en mouvement lors d'un déplacement dudit mobile ; et
- comprennent au moins deux variables, dont la position dudit mobile ;

b) on exprime toutes les variables de ce système, ainsi que ladite force, en fonction d'une même variable intermédiaire  $y$  et d'un nombre déterminé de dérivées en fonction du temps de cette variable intermédiaire, ladite force étant telle, qu'appliquée audit mobile, elle déplace ce dernier selon ledit déplacement déterminé et rend tous les éléments dudit système immobiles à la fin dudit déplacement ;

- c) on détermine les conditions initiales et finales de toutes lesdites variables ;
- d) à partir des expressions des variables définies à l'étape b) et desdites conditions initiales et finales, on détermine la valeur en fonction du temps de ladite variable intermédiaire ;
- e) on calcule la valeur en fonction du temps de ladite force, à partir de l'expression de la force, définie à l'étape b) et de ladite valeur de la variable intermédiaire, déterminée à l'étape d) ; et
- f) on applique audit mobile la valeur ainsi calculée de ladite force.

10           Ainsi, la force appliquée au mobile permet à ce dernier de réaliser le déplacement prédéterminé prévu, notamment en temps et en distance, tout en rendant immobiles à la fin du déplacement les éléments amenés en mouvement par ce déplacement de sorte qu'ils n'oscillent pas et, en particulier, ne perturbent pas le positionnement relatif entre eux et le mobile.

15           On notera de plus qu'en raison de ce contrôle combiné dudit mobile et desdits éléments en mouvement, on obtient un déplacement extrêmement précis du mobile dans un référentiel indépendant de la base et lié par exemple au sol.

20           On notera que la mise en œuvre du procédé conforme à l'invention n'est pas limitée à un déplacement selon un axe unique, mais peut également être appliquée à des déplacements selon plusieurs axes qui peuvent être considérés comme indépendants.

25           De façon avantageuse, à l'étape a), on réalise les opérations suivantes : on note  $x_i$ ,  $i$  allant de 1 à  $p$ ,  $p$  étant un entier supérieur ou égal à 2, les variables du système et on exprime le bilan des forces et des moments, en approximant au premier ordre si nécessaire, sous la forme dite matricielle polynomiale :

$$A(s)X = bF$$

avec :

- $A(s)$  matrice de taille  $p \times p$  dont les éléments  $A_{ij}(s)$  sont des polynômes de la variable  $s = d/dt$  ;

- $X$  le vecteur  $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_p \end{pmatrix}$  ;

- 5
- $b$  le vecteur de dimension  $p$  ; et
  - $F$  la force exercée par le moteur.

De façon avantageuse, à l'étape b), on réalise les opérations suivantes :

- 10
- les différentes variables  $x_i$  dudit système,  $i$  allant de 1 à  $p$ , devant vérifier chacune une première expression de la forme :

$$x_i = \sum_{j=0}^{i=r} p_{i,j} \cdot y^{(j)} ,$$

les  $y^{(j)}$  étant les dérivées d'ordre  $j$  de la variable intermédiaire  $y$ ,  $r$  étant un entier prédéterminé et les  $p_{i,j}$  étant des paramètres à déterminer, on obtient, en posant  $y^{(j)} = s^j \cdot y$ , une deuxième expression :

15

$$x_i = \left( \sum_{j=0}^{i=r} p_{i,j} \cdot s^j \right) y = P_i(s) \cdot y$$

- à partir des deuxièmes expressions relatives aux différentes variables  $x_i$  du système, on définit une troisième expression de type vectoriel :

$$X = P \cdot y$$

comprenant le vecteur  $P = \begin{pmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_p \end{pmatrix}$

- 20
- on calcule ledit vecteur  $P$ , en remplaçant  $X$  par la valeur  $P \cdot y$  dans le système suivant :

$$\begin{cases} B^T . A(s) . P(s) = O_{p-1} \\ b_p . F = \sum_{j=1}^{i=p} A_{p,j}(s) . P_j(s) . y \end{cases}$$

dans lequel :

.  $B^T$  est la transposée d'une matrice  $B$  de taille  $p \times (p-1)$ , telle que

$$B^T b = O_{p-1} ;$$

5 .  $b_p$  est la  $p$ -ième composante du vecteur  $b$  précédemment défini ; et

.  $O_{p-1}$  est un vecteur nul de dimension  $(p-1)$  ;

– à partir de la valeur ainsi calculée du vecteur  $P$ , on déduit les valeurs des différents paramètres  $p_{i,j}$  ; et

10 – à partir de ces dernières valeurs, on déduit les valeurs des variables  $x_i$  en fonction de la variable intermédiaire  $y$  et de ses dérivées, en utilisant à chaque fois la première expression correspondante.

15 Ainsi, on obtient une méthode de calcul rapide et générale pour calculer les relations entre les variables du système et ladite variable intermédiaire, sous forme de combinaisons linéaires de cette dernière et de ses dérivées par rapport au temps.

De façon avantageuse, à l'étape d), on utilise une expression polynomiale de la variable intermédiaire  $y$  pour déterminer la valeur de cette dernière.

20 Dans ce cas, de préférence, pour déterminer les paramètres de cette expression polynomiale, on utilise les conditions initiales et finales des différentes variables du système, ainsi que les expressions définies à l'étape b).

25 Dans un premier mode de réalisation, pour déplacer un mobile sur une base qui est montée élastiquement par rapport au sol et qui est susceptible d'être soumise à des mouvements linéaire et angulaire, de façon avantageuse, les variables du système sont la position linéaire  $x$  du mo-

bile, la position linéaire  $x_B$  de la base et la position angulaire  $\theta_z$  de la base, qui vérifient les relations :

$$\begin{cases} x = y + \left( \frac{r_B}{k_B} + \frac{r_\theta}{k_\theta} \right) y^{(1)} + \left( \frac{m_B}{k_B} + \frac{r_B r_\theta}{k_B k_\theta} + \frac{J}{k_\theta} \right) y^{(2)} + \left( \frac{r_B J}{k_B k_\theta} + \frac{m_B r_\theta}{k_B k_\theta} \right) y^{(3)} + \frac{m_B J}{k_B k_\theta} y^{(4)} \\ x_B = - \frac{m}{k_B} \left( \frac{J}{k_\theta} y^{(4)} + \frac{r_\theta}{k_\theta} y^{(3)} + y^{(2)} \right) \\ \theta_z = - d \frac{m}{k_\theta} \left( \frac{m_B}{k_B} y^{(4)} + \frac{r_B}{k_B} y^{(3)} + y^{(2)} \right) \end{cases}$$

5 dans lesquelles :

- $m$  est la masse du mobile ;
- $m_B$ ,  $k_B$ ,  $k_\theta$ ,  $r_B$ ,  $r_\theta$  sont respectivement la masse, la raideur linéaire, la raideur de torsion, l'amortissement linéaire et l'amortissement de torsion de la base ;

- 10
- $J$  est l'inertie de la base par rapport à un axe vertical ;
  - $d$  est la distance entre l'axe de translation du centre de masse du mobile et celui de la base ; et
  - $y^{(1)}$ ,  $y^{(2)}$ ,  $y^{(3)}$  et  $y^{(4)}$  sont respectivement les dérivées première à quatrième de la variable  $y$ .

15 Ce premier mode de réalisation permet de remédier aux inconvénients précités (déplacement peu précis, ...) liés à la mise en oscillation de la base lors du déplacement du mobile.

20 Dans un deuxième mode de réalisation, pour déplacer sur une base un mobile sur lequel sont montées élastiquement un nombre  $p$  de masses auxiliaires  $MA_i$ ,  $p$  étant supérieur ou égal à 1,  $i$  allant de 1 à  $p$ , avantageusement, les variables du système sont la position  $x$  du mobile et les positions (linéaires)  $z_i$  des  $p$  masses auxiliaires  $MA_i$ , qui vérifient les relations :

$$\begin{cases} x = \left( \prod_{i=1}^p \left( \frac{m_i}{k_i} s^2 + \frac{r_i}{k_i} s + 1 \right) \right) \cdot y \\ z_i = \left( \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^p \left( \frac{m_j}{k_j} s^2 + \frac{r_j}{k_j} s + 1 \right) \right) \cdot \left( \frac{r_i}{k_i} s + 1 \right) \cdot y \end{cases}$$

dans lesquelles :

- $\Pi$  illustre le produit des expressions associées ;
- $m_i$ ,  $z_i$ ,  $k_i$  et  $r_i$  sont respectivement la masse, la position, la raideur et l'amortissement d'une masse auxiliaire  $MA_i$  ;
- $m_j$ ,  $k_j$  et  $r_j$  sont respectivement la masse, la raideur et l'amortissement d'une masse auxiliaire  $MA_j$  ; et
- $s = d/dt$ .

Dans un troisième mode de réalisation, pour déplacer un mobile sur une base qui est montée élastiquement par rapport au sol et sur laquelle est montée élastiquement une masse auxiliaire, avantageusement, les variables du système sont les positions  $x$ ,  $x_B$  et  $z_A$  respectivement du mobile, de la base et de la masse auxiliaire, qui vérifient les relations :

$$\begin{cases} x = \left[ (m_A s^2 + r_A s + k_A) \cdot (m_B s^2 + (r_A + r_B) s + (k_A + k_B)) - (r_A s + k_A)^2 \right] \cdot y \\ x_B = -M y^{(2)} \\ z_A = -M (r_A y^{(3)} + k_A y^{(2)}) \end{cases}$$

dans lesquelles :

- $M$ ,  $m_B$  et  $m_A$  sont les masses respectivement du mobile, de la base et de la masse auxiliaire ;
- $r_A$  et  $r_B$  sont les amortissements respectivement de la masse auxiliaire et de la base ;
- $k_A$  et  $k_B$  sont les raideurs respectivement de la masse auxiliaire et de la base ; et
- $s = d/dt$ .

Dans un quatrième mode de réalisation, pour déplacer sur une base montée élastiquement par rapport au sol, un mobile sur lequel est montée élastiquement une masse auxiliaire, avantageusement, les variables du système sont les positions  $x$ ,  $x_B$  et  $z_C$  respectivement du mobile, de la base et de la masse auxiliaire, qui vérifient les relations :

$$\begin{cases} x = [(mCs^2 + rCs + kC).(mBs^2 + rBs + kB)].y \\ x_B = [(mCs^2 + rCs + kC).(Ms^2 + rCs + kC) - (rCs + kC)^2].y \\ z_C = (rCs + kC).(mBs^2 + rBs + kB).y \end{cases}$$

dans lesquelles :

- $M$ ,  $m_B$  et  $m_C$  sont les masses respectivement du mobile, de la base et de la masse auxiliaire ;
- $r_B$  et  $r_C$  sont les amortissements respectivement de la base et de la masse auxiliaire ;
- $k_B$  et  $k_C$  sont les raideurs respectivement de la base et de la masse auxiliaire ; et
- $s = d/dt$ .

La présente invention concerne également un dispositif du type comportant :

- une base montée de façon directe ou indirecte sur le sol ;
- un mobile susceptible d'être déplacé linéairement sur ladite base ; et
- un actionneur commandable susceptible d'appliquer une force audit mobile en vue de son déplacement sur ladite base.

Selon l'invention, ledit dispositif est remarquable en ce qu'il comporte de plus des moyens, par exemple un calculateur :

- qui mettent en œuvre les étapes a) à e) du procédé précité, pour calculer une force qui, appliquée audit mobile, permet d'obtenir l'effet ou le contrôle combiné indiqué précédemment ; et

- qui déterminent un ordre de commande et le transmettent audit actionneur pour qu'il applique au mobile la force ainsi calculée, lors d'un déplacement.

Ainsi, en plus des avantages précités, le dispositif conforme à l'invention ne nécessite pas de moyen mécanique additionnel, ce qui réduit son coût et son encombrement et simplifie sa réalisation, par rapport aux dispositifs connus et précités.

Les figures du dessin annexé feront bien comprendre comment l'invention peut être réalisée. Sur ces figures, des références identiques désignent des éléments semblables.

Les figures 1 et 2 illustrent respectivement deux modes de réalisation différents du dispositif conforme à l'invention.

Les figures 3 à 7 représentent des graphiques qui illustrent les variations au cours du temps de variables du système, pour un premier mode de réalisation du dispositif conforme à l'invention.

Les figures 8 à 13 représentent des graphiques qui illustrent les variations au cours du temps de variables du système, pour un second mode de réalisation du dispositif conforme à l'invention.

Le dispositif 1 conforme à l'invention et représenté schématiquement sur les figures 1 et 2, selon deux modes de réalisation différents, est destiné au déplacement d'un mobile 4, par exemple un chariot mobile, sur une base 2, en particulier un banc d'essai.

Ce dispositif 1 peut par exemple être appliqué à des tables XY rapides utilisées en micro-électronique, à des machines-outils, à des convoyeurs, à des robots, ...

De façon connue, ledit dispositif 1 comporte, en plus de la base 2 et du mobile 4 :

- des supports 3, de type connu, agencés entre la base 2 et le sol S ;

- des moyens non représentés, par exemple un rail, fixés sur la base 2 et permettant au mobile 4 de se déplacer de façon linéaire sur ladite base 2 ; et
- un actionneur commandable 5, de préférence un moteur électrique, susceptible d'appliquer une force F audit mobile 4 en vue de son déplacement sur la base 2.

Dans le cadre de la présente invention, le dispositif 1 comporte un système S1, S2 qui est formé de différents éléments précisés ci-dessous et variables selon le mode de réalisation envisagé, qui sont amenés en mouvement lors du déplacement du mobile 4.

Selon l'invention, ledit dispositif 1 est perfectionné de manière à obtenir directement à la fin d'un déplacement du mobile 4 :

- un positionnement précis de ce dernier dans un référentiel non représenté, indépendant du mobile 4 et de la base 2 et lié par exemple au sol ; et
- une immobilisation de tous les éléments en mouvement dudit système S1, S2.

Pour ce faire, le dispositif 1 comporte de plus, selon l'invention, des moyens de calcul 6 qui calculent une force particulière F, qui est destinée à être transmise sous forme d'un ordre de commande à l'actionneur 5, comme illustré par une liaison 7, et qui est telle qu'appliquée audit mobile 4, elle produit un effet combiné (et donc un contrôle combiné) :

- d'une part, sur le mobile 4 de sorte qu'il réalise exactement le déplacement prévu, notamment concernant la durée et la distance prescrites de déplacement ; et
- d'autre part, sur ledit système S1, S2 de sorte que tous ses éléments en mouvement soient immobiles à la fin du déplacement du mobile 4.

A cet effet, lesdits moyens de calcul 6 mettent en œuvre le procédé conforme à l'invention, selon lequel :

a) on définit des équations qui :

- illustrent un modèle dynamique dudit système (par exemple S1 ou S2) formé par les différents éléments, dont ledit mobile 4, qui sont amenés en mouvement lors d'un déplacement dudit mobile 4 ; et
- comprennent au moins trois variables, dont la position dudit mobile 4 ;

b) on exprime toutes les variables de ce système, ainsi que ladite force F, en fonction d'une même variable intermédiaire y et d'un nombre déterminé de dérivées en fonction du temps de cette variable intermédiaire, ladite force F devant être telle, qu'appliquée audit mobile 4, elle déplace ce dernier selon ledit déplacement déterminé et rend tous les éléments dudit système immobiles à la fin dudit déplacement ;

c) on détermine les conditions initiales et finales de toutes lesdites variables ;

d) à partir des expressions des variables définies à l'étape b) et desdites conditions initiales et finales, on détermine la valeur en fonction du temps de ladite variable intermédiaire ; et

e) on calcule la valeur de ladite force, à partir de l'expression de la force, définie à l'étape b) et de ladite valeur de la variable intermédiaire, déterminée à l'étape d).

Ainsi, grâce à l'invention, la force F appliquée au mobile 4 permet à ce dernier de réaliser le déplacement prédéterminé prévu, notamment en temps et en distance, tout en rendant immobiles à la fin du déplacement les éléments (précisés ci-dessous) amenés en mouvement par ce déplacement de sorte qu'ils n'oscillent pas et, en particulier, ne perturbent pas le positionnement relatif entre eux et le mobile 4.

On notera de plus qu'en raison de cet effet ou contrôle combiné dudit mobile 4 et desdits éléments en mouvement, on obtient un déplace-

ment extrêmement précis du mobile 4 dans un référentiel indépendant de la base 2 et lié par exemple au sol S.

Bien entendu, la mise en œuvre de la présente invention n'est pas limitée à un déplacement selon un axe unique, mais peut également être appliquée à des déplacements selon plusieurs axes qui peuvent être considérés comme indépendants.

Selon l'invention, à l'étape d), on utilise une expression polynomiale de la variable intermédiaire  $y$  pour déterminer la valeur de cette dernière et, pour déterminer les paramètres de cette expression polynomiale, on utilise les conditions initiales et finales des différentes variables du système, ainsi que les expressions définies à l'étape b).

On décrit à présent le procédé conforme à l'invention pour quatre systèmes différents (d'éléments en mouvement).

Dans un premier mode de réalisation non représenté, les supports 3 sont de type élastique et permettent d'isoler la base 2 des vibrations provenant dudit sol S. La fréquence propre de la base 2 sur lesdits supports élastiques 3 est généralement de quelques hertz. En outre, en plus du mouvement de translation du mobile 4 commandé par la force  $F$ , un mouvement angulaire entre la base 2 et le mobile 4 est créé. En effet, dans ce cas, l'axe du mobile 4 ne passe pas par son centre de masse, la force produite par l'actionneur 5 crée un moment autour de l'axe vertical. Le rail est supposé légèrement flexible et permet ainsi au mobile 4 de petits mouvements de rotation autour de l'axe vertical, ce qui correspond au mouvement angulaire relatif précité entre la base 2 et le mobile 4.

Par conséquent, dans ce premier mode de réalisation, pour déplacer le mobile 4 sur la base 2 qui est montée élastiquement par rapport au sol et qui est susceptible d'être soumise à un mouvement angulaire (relatif), les variables du système sont la position linéaire  $x$  du mobile 4, la po-

sition linéaire  $x_B$  de la base 2 et la position angulaire  $\theta_z$  de la base 2, qui vérifient les relations :

$$\begin{cases} x = y + \left( \frac{r_B}{k_B} + \frac{r_\theta}{k_\theta} \right) y^{(1)} + \left( \frac{m_B}{k_B} + \frac{r_B r_\theta}{k_B k_\theta} + \frac{J}{k_\theta} \right) y^{(2)} + \left( \frac{r_B J}{k_B k_\theta} + \frac{m_B r_\theta}{k_B k_\theta} \right) y^{(3)} + \frac{m_B J}{k_B k_\theta} y^{(4)} \\ x_B = - \frac{m}{k_B} \left( \frac{J}{k_\theta} y^{(4)} + \frac{r_\theta}{k_\theta} y^{(3)} + y^{(2)} \right) \\ \theta_z = -d \frac{m}{k_\theta} \left( \frac{m_B}{k_B} y^{(4)} + \frac{r_B}{k_B} y^{(3)} + y^{(2)} \right) \end{cases}$$

5 dans lesquelles :

- $m$  est la masse du mobile 4 ;
- $m_B$ ,  $k_B$ ,  $k_\theta$ ,  $r_B$ ,  $r_\theta$  sont respectivement la masse, la raideur linéaire, la raideur de torsion, l'amortissement linéaire et l'amortissement de torsion de la base 2 ;

- 10
- $J$  est l'inertie de la base 2 par rapport à un axe vertical ;
  - $d$  est la distance entre l'axe de translation du centre de masse du mobile 4 et celui de la base 2 ; et
  - $y^{(1)}$ ,  $y^{(2)}$ ,  $y^{(3)}$  et  $y^{(4)}$  sont respectivement les dérivées première à quatrième de la variable  $y$ .

15 En effet, dans ce premier mode de réalisation, le bilan des forces et des moments, l'angle  $\theta_z$  étant approximé au premier ordre, s'écrit :

$$\begin{cases} m x^{(2)} = F \\ m_B x_B^{(2)} = -F - k_B x_B - r_B x_B^{(1)} \\ J \theta_z^{(2)} = -d F - k_\theta \theta_z - r_\theta \theta_z^{(1)} \end{cases} \quad (1)$$

20 On notera que, dans le cadre de la présente invention,  $\alpha^{(\beta)}$  est la dérivée d'ordre  $\beta$  par rapport au temps du paramètre  $\alpha$ , ceci quel que soit  $\alpha$ . Ainsi, par exemple,  $x^{(1)}$  est la dérivée première de  $x$  par rapport au temps.

Le calcul de la variable intermédiaire  $y$  s'obtient en posant  $s = \frac{d}{dt}$ ,

$x = P(s)y$ ,  $x_B = P_B(s)y$ ,  $\theta z = P_\theta(s)y$  et en réécrivant le système (1) avec ces notations :

$$\begin{cases} ms^2 P(s)y = F \\ (mBs^2 + rBs + kB)P_B(s)y = -F \\ (Js^2 + r\theta s + k\theta)P_\theta(s)y = -dF \end{cases}$$

5 soit :

$$(mBs^2 + rBs + kB)P_B(s) = \frac{1}{d}(Js^2 + r\theta s + k\theta)P_\theta(s) = -ms^2 P(s)$$

et donc :

$$\begin{cases} P(s) = \left(\frac{mB}{kB}s^2 + \frac{rB}{kB}s + 1\right)\left(\frac{J}{k\theta}s^2 + \frac{r\theta}{k\theta}s + 1\right) \\ P_B(s) = -\frac{m}{kB}s^2\left(\frac{J}{k\theta}s^2 + \frac{r\theta}{k\theta}s + 1\right) \\ P_\theta(s) = -d\frac{m}{k\theta}s^2\left(\frac{mB}{kB}s^2 + \frac{rB}{kB}s + 1\right) \end{cases}$$

De ces expressions, on déduit immédiatement :

$$\begin{aligned} 10 \quad x &= \left(\frac{mB}{kB}s^2 + \frac{rB}{kB}s + 1\right)\left(\frac{J}{k\theta}s^2 + \frac{r\theta}{k\theta}s + 1\right)y \\ \begin{cases} x &= y + \left(\frac{rB}{kB} + \frac{r\theta}{k\theta}\right)y^{(1)} + \left(\frac{mB}{kB} + \frac{rBr\theta}{kBk\theta} + \frac{J}{k\theta}\right)y^{(2)} + \left(\frac{rBJ}{kBk\theta} + \frac{mBr\theta}{kBk\theta}\right)y^{(3)} + \frac{mBJ}{kBk\theta}y^{(4)} \\ x_B &= -\frac{m}{kB}\left(\frac{J}{k\theta}y^{(4)} + \frac{r\theta}{k\theta}y^{(3)} + y^{(2)}\right) \\ \theta z &= -d\frac{m}{k\theta}\left(\frac{mB}{kB}y^{(4)} + \frac{rB}{kB}y^{(3)} + y^{(2)}\right) \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

L'expression de  $y$  en fonction de  $x$ ,  $x^{(1)}$ ,  $x_B$ ,  $x_B^{(1)}$ ,  $\theta z$  et  $\theta z^{(1)}$  s'obtient par inversion. Toutefois, cette formule n'est pas nécessaire pour planifier les trajectoires de  $x$ ,  $x_B$  et  $\theta z$ . En effet, comme on veut un déplacement arrêt-arrêt du mobile 4 entre  $x_0$  à l'instant  $t_0$  et  $x_1$  à l'instant  $t_1$ ,

15

avec  $x^{(1)}(t_0) = 0 = x^{(1)}(t_1)$  et  $x_B(t_0) = 0 = x_B(t_1)$ ,  $x_B^{(1)}(t_0) = 0 = x_B^{(1)}(t_1)$  et  $\theta z(t_0) = 0 = \theta z(t_1)$ ,  $\theta z^{(1)}(t_0) = 0 = \theta z^{(1)}(t_1)$ , avec en plus  $F(t_0) = 0 = F(t_1)$ , on en déduit par les expressions (2) précitées que  $y(t_0) = x_0, y(t_1) = x_1$  et  $y^{(1)}(t_i) = y^{(2)}(t_i) = y^{(3)}(t_i) = y^{(4)}(t_i) = y^{(5)}(t_i) = y^{(6)}(t_i) = 0$ ,  $i = 0, 1$  soit 14 conditions initiales et finales.

Il suffit de choisir  $y$  comme un polynôme par rapport au temps de la forme :

$$y(t) = x_0 + (x_1 - x_0)(\sigma(t))^\alpha \sum_{i=0}^{\beta} a_i (\sigma(t))^i \quad (3)$$

avec

$$\sigma(t) = \frac{t - t_0}{t_1 - t_0}$$

et  $\alpha \geq 7$  et  $\beta \geq 6$ . Les coefficients  $a_0, \dots, a_\beta$  s'obtiennent alors, selon des méthodes usuelles, par la résolution d'un système linéaire.

La trajectoire de référence cherchée pour le déplacement du mobile 4 est alors donnée par les expressions (2) avec  $y(t)$  donné par l'expression (3).

De plus, la force  $F$  en fonction du temps à appliquer aux moyens 5 est obtenue en intégrant la valeur de  $y$  obtenue par l'expression (3) dans l'expression  $F(t) = M \cdot x^{(2)}(t)$ .

Dans ce premier mode de réalisation, on obtient :

$$F(t) = M \left[ y^2 + \left( \frac{r_B}{k_B} + \frac{r_\theta}{k_\theta} \right) y^{(3)} + \left( \frac{m_B}{k_B} + \frac{r_B r_\theta}{k_B k_\theta} + \frac{J}{k_\theta} \right) y^{(4)} + \left( \frac{r_B J + m_B r_\theta}{k_B k_\theta} \right) y^{(5)} + \frac{m_B J}{k_B k_\theta} y^{(6)} \right] \quad (3A)$$

avec  $y(t)$  donné par l'expression (3).

Ainsi, comme grâce au dispositif 1, la base 2 est immobilisée à la fin du déplacement, elle ne perturbe pas le positionnement du mobile 4 dans le référentiel précité de sorte que ledit mobile 4 est positionné de façon stable dès la fin de son déplacement. De plus, comme son déplace-

ment est réalisé de façon précise, son positionnement correspond exactement dans ledit référentiel au positionnement recherché.

Sur les figures 3 à 7, on a représenté les valeurs respectivement desdites variables  $y$  (en mètre m),  $x$  (en mètre m),  $x_B$  (en mètre m),  $\theta_z$  (en radian rd) et  $F$  (en Newton N) en fonction du temps  $t$  (en secondes s) pour un exemple de réalisation particulier, pour lequel :

- $m = 40 \text{ kg}$  ;
- $m_B = 800 \text{ kg}$  ;
- $k_B = m_B(5.2\pi)^2$  correspondant à une fréquence propre de 5 Hz ;
- $r_B = 0,3\sqrt{k_B m_B}$  correspondant à un amortissement normalisé de 0,3 ;
- $J = 120 \text{ Nm}$  correspondant à l'inertie du mobile 4 ;
- $k_\theta = J(10.2\pi)^2$  correspondant à une fréquence propre en rotation de 10 Hz ;
- $r_\theta = 0,3\sqrt{k_\theta J}$  correspondant à un amortissement normalisé en rotation de 0,3 ;
- $d = 0,01 \text{ m}$  correspondant à l'excentrage du mobile 4 ;
- $t_1 - t_0 = 0,4 \text{ s}$  ; et
- $x_1 - x_0 = 25 \text{ mm}$ .

Le mobile 4 se déplace de la position  $x_0$  au repos ( $x_0^{(1)} = 0$ ) à l'instant  $t_0$ , à la position  $x_1$  au repos ( $x_1^{(1)} = 0$ ) à l'instant  $t_1$ . Il se déplace donc sur une distance de 25 mm pendant 0,4 s. Pour obtenir ce déplacement, ainsi que l'immobilisation (à la fin dudit déplacement), des différents mouvements engendrés par le déplacement, il convient d'appliquer audit mobile 4 la force  $F$  représentée sur la figure 7. Cette force est donnée par l'expression (3A) avec  $y$  donné par (3) pour  $\alpha = 7$  et  $\beta = 6$ . Dans ce cas, les coefficients  $a_0$  jusqu'à  $a_6$  sont donnés par  $a_0 = 1716$ ,  $a_1 = -9009$ ,  $a_2 = 20020$ ,  $a_3 = -24024$ ,  $a_4 = 16380$ ,  $a_5 = -6006$ ,  $a_6 = 924$ .

Dans un deuxième mode de réalisation représenté sur la figure 1, le système S1 comporte en plus du mobile 4, un nombre  $p$  de masses auxiliaires  $MA_i$ ,  $p$  étant supérieur ou égal à 1,  $i$  allant de 1 à  $p$ , qui sont reliées respectivement par des liaisons élastiques  $e_1$  à  $e_p$  de type usuel, en particulier des ressorts, audit mobile 4. Dans l'exemple représenté,  $p = 3$ .

Dans ce cas, les variables du système sont la position  $x$  du mobile 4 et les positions  $z_i$  des  $p$  masses auxiliaires  $MA_i$ , qui vérifient les relations :

$$\begin{cases} x = \left( \prod_{i=1}^p \left( \frac{m_i}{k_i} s^2 + \frac{r_i}{k_i} s + 1 \right) \right) \cdot y \\ z_i = \left( \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^p \left( \frac{m_j}{k_j} s^2 + \frac{r_j}{k_j} s + 1 \right) \right) \cdot \left( \frac{r_i}{k_i} s + 1 \right) \cdot y \end{cases} \quad (4)$$

dans lesquelles :

- $\Pi$  illustre le produit des expressions associées ;
- $m_i$ ,  $z_i$ ,  $k_i$  et  $r_i$  sont respectivement la masse, la position, la raideur et l'amortissement d'une masse auxiliaire  $MA_i$  ;
- $m_j$ ,  $k_j$  et  $r_j$  sont respectivement la masse, la raideur et l'amortissement d'une masse auxiliaire  $MA_j$  ; et
- $s = d/dt$ .

En effet, le modèle dynamique du système S1 s'écrit :

$$\begin{cases} Mx^{(2)} = F + \sum_{i=1}^p (k_i(z_i - x) + r_i(z_i^{(1)} - x^{(1)})) \\ Mz_i^{(2)} = k_i(x - z_i) + r_i(x^{(1)} - z_i^{(1)}), \quad i = 1, \dots, p. \end{cases} \quad (5)$$

On veut, comme dans ce qui précède, trouver des lois de mouvement qui assurent le déplacement voulu du mobile 4, les masses auxiliaires  $MA_i$  (par exemple des dispositifs de mesure et/ou des charges) s'immobilisant dès que le mobile 4 s'arrête.

A cet effet, on calcule la variable intermédiaire  $y$  par la même approche que précédemment et on planifie la trajectoire du mobile 4 par son intermédiaire.

La variable intermédiaire  $y$  devant vérifier  $x = P(s)y$ ,  $z_i = P_i(s)y$ ,  $i = 1, \dots, p$ , avec  $s = \frac{d}{dt}$ , on doit avoir, reportant ces relations dans le système (5) :

$$(m_i s^2 + r_i s + k_i)P_i = (r_i s + k_i)P, \quad i = 1, \dots, p$$

De cette expression, on tire immédiatement :

$$P(s) = \left( \prod_{i=1}^p \left( \frac{m_i}{k_i} s^2 + \frac{r_i}{k_i} s + 1 \right) \right), \quad P_i = \left( \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^p \left( \frac{m_j}{k_j} s^2 + \frac{r_j}{k_j} s + 1 \right) \right) \left( \frac{r_i}{k_i} s + 1 \right),$$

ce qui prouve les formules (4) précitées.

Dans ce cas, on démontre que la force  $F$  à appliquer vérifie la relation :

$$F(t) = \left[ M s^2 + \left( \sum_{j=1}^p r_j \right) s + \left( \sum_{j=1}^p k_j \right) \right] \prod_{i=1}^p \left( \frac{m_i}{k_i} s^2 + \frac{r_i}{k_i} s + 1 \right) - \sum_{i=1}^p (r_i s + k_i) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^p \left( \frac{m_j}{k_j} s^2 + \frac{r_j}{k_j} s + 1 \right) y.$$

On vérifie et précise ci-après les formules précitées pour respectivement deux et trois masses auxiliaires  $MA_i$ .

Dans le cas de deux masses auxiliaires ( $p = 2$ ), le modèle s'écrit :

$$\begin{cases} Mx^{(2)} = F - k_1(x - z_1) - r_1(x^{(1)} - z_1^{(1)}) - k_2(x - z_2) - r_2(x^{(1)} - z_2^{(1)}) \\ m_1 z_1^{(2)} = k_1(x - z_1) + r_1(x^{(1)} - z_1^{(1)}) \\ m_2 z_2^{(2)} = k_2(x - z_2) + r_2(x^{(1)} - z_2^{(1)}) \end{cases}$$

On en déduit immédiatement :

$$\begin{cases} x = \left(\frac{m1}{k1}s^2 + \frac{r1}{k1}s + 1\right) \left(\frac{m2}{k2}s^2 + \frac{r2}{k2}s + 1\right)y \\ z1 = \left(\frac{r1}{k1}s + 1\right) \left(\frac{m2}{k2}s^2 + \frac{r2}{k2}s + 1\right)y \\ z2 = \left(\frac{r2}{k2}s + 1\right) \left(\frac{m1}{k1}s^2 + \frac{r1}{k1}s + 1\right)y \end{cases} \quad (6)$$

soit, en posant  $\frac{m_i}{k_i} = T_i^2$  et  $\frac{r_i}{k_i} = 2D_iT_i$ ,  $i = 1, 2$  :

$$\begin{cases} x = y + 2(D1T1 + D2T2)y^{(1)} + (T1^2 + T2^2 + 4D1D2T1T2)y^{(2)} \\ \quad + 2(D1T1T2^2 + D2T2T1^2)y^{(3)} + (T1^2T2^2)y^{(4)} \\ z1 = y + 2(D1T1 + D2T2)y^{(1)} + (T2^2 + 4D1D2T1T2)y^{(2)} + (2D1T1T2^2)y^{(3)} \\ z2 = y + 2(D1T1 + D2T2)y^{(1)} + (T1^2 + 4D1D2T1T2)y^{(2)} + (2D2T2T1^2)y^{(3)}. \end{cases}$$

5 L'expression de  $y$ , ou plus précisément les expressions de  $y$ ,  $y^{(1)}$ ,  $y^{(2)}$ ,  $y^{(3)}$ ,  $y^{(4)}$ ,  $y^{(5)}$ , s'en déduisent en inversant le système obtenu à partir de  $x$ ,  $z1$ ,  $z2$ ,  $x^{(1)}$ ,  $z1^{(1)}$ ,  $z2^{(1)}$ .

On en déduit que, pour effectuer un déplacement de  $x0$  à l'instant  $t0$  à  $x1$  à l'instant  $t1$ , avec les masses auxiliaires au repos en  $t0$  et  $t1$ , il suffit de construire une trajectoire de référence pour  $y$  avec les conditions  
10 initiales et finales  $y(t0) = x0$ ,  $y(t1) = x1$  et toutes les dérivées  $y^{(k)}(t0) = y^{(k)}(t1) = 0$ ,  $k$  variant de 1 à 6 ou plus si nécessaire, et d'en déduire les trajectoires de référence des masses principale et auxiliaires, ainsi que de la force  $F$  à appliquer au moteur.

Dans ce cas, la force  $F$  vérifie la relation :

$$15 \quad F(t) = \left[ (Ms^2 + (r1 + r2)s + (k1 + k2)) \left( \frac{m1}{k1}s^2 + \frac{r1}{k1}s + 1 \right) \left( \frac{m2}{k2}s^2 + \frac{r2}{k2}s + 1 \right) - (r1s + k1) \left( \frac{m2}{k2}s^2 + \frac{r2}{k2}s + 1 \right) - (r2s + k2) \left( \frac{m1}{k1}s^2 + \frac{r1}{k1}s + 1 \right) \right] y.$$

En outre, le modèle pour 3 masses auxiliaires  $MA_i$  ( $p=3$ ) [voir figure 1], s'écrit, comme précédemment :

$$\begin{cases} Mx^{(2)} = F - k_1(x - z_1) - r_1(x^{(1)} - z_1^{(1)}) \\ \quad - k_2(x - z_2) - r_2(x^{(1)} - z_2^{(1)}) - k_3(x - z_3) - r_3(x^{(1)} - z_3^{(1)}) \\ m_1z_1^{(2)} = k_1(x - z_1) + r_1(x^{(1)} - z_1^{(1)}) \\ m_2z_2^{(2)} = k_2(x - z_2) + r_2(x^{(1)} - z_2^{(1)}) \\ m_3z_3^{(2)} = k_3(x - z_3) + r_3(x^{(1)} - z_3^{(1)}) \end{cases}$$

On en déduit immédiatement :

$$\begin{cases} x = \left(\frac{m_1}{k_1}s^2 + \frac{r_1}{k_1}s + 1\right)\left(\frac{m_2}{k_2}s^2 + \frac{r_2}{k_2}s + 1\right)\left(\frac{m_3}{k_3}s^2 + \frac{r_3}{k_3}s + 1\right)y \\ z_1 = \left(\frac{r_1}{k_1}s + 1\right)\left(\frac{m_2}{k_2}s^2 + \frac{r_2}{k_2}s + 1\right)\left(\frac{m_3}{k_3}s^2 + \frac{r_3}{k_3}s + 1\right)y \\ z_2 = \left(\frac{r_2}{k_2}s + 1\right)\left(\frac{m_1}{k_1}s^2 + \frac{r_1}{k_1}s + 1\right)\left(\frac{m_3}{k_3}s^2 + \frac{r_3}{k_3}s + 1\right)y \\ z_3 = \left(\frac{r_3}{k_3}s + 1\right)\left(\frac{m_1}{k_1}s^2 + \frac{r_1}{k_1}s + 1\right)\left(\frac{m_2}{k_2}s^2 + \frac{r_2}{k_2}s + 1\right)y \end{cases} \quad (7)$$

5 On procède comme précédemment pour déterminer les valeurs en fonction du temps des différentes variables et notamment de la force F, cette dernière vérifiant l'expression :

$$\begin{aligned} F(t) = & \left[ (Ms^2 + (r_1 + r_2 + r_3)s + (k_1 + k_2 + k_3)) \cdot \left(\frac{m_1}{k_1}s^2 + \frac{r_1}{k_1}s + 1\right) \left(\frac{m_2}{k_2}s^2 + \frac{r_2}{k_2}s + 1\right) \left(\frac{m_3}{k_3}s^2 + \frac{r_3}{k_3}s + 1\right) \right. \\ & - (r_1s + k_1) \left(\frac{m_2}{k_2}s^2 + \frac{r_2}{k_2}s + 1\right) \left(\frac{m_3}{k_3}s^2 + \frac{r_3}{k_3}s + 1\right) \\ & - (r_2s + k_2) \left(\frac{m_1}{k_1}s^2 + \frac{r_1}{k_1}s + 1\right) \left(\frac{m_3}{k_3}s^2 + \frac{r_3}{k_3}s + 1\right) \\ & \left. - (r_3s + k_3) \left(\frac{m_1}{k_1}s^2 + \frac{r_1}{k_1}s + 1\right) \left(\frac{m_2}{k_2}s^2 + \frac{r_2}{k_2}s + 1\right) \right] y. \end{aligned}$$

10 Sur les figures 8 à 13, on a représenté les valeurs respectivement des variables  $y$ ,  $x$ ,  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$  et  $F$  en fonction du temps  $t$  pour un exemple particulier du mode de réalisation de la figure 1,  $z_1$  à  $z_3$  étant les déplacements respectivement des masses auxiliaires MA1, MA2 et MA3. Les variables  $y$ ,  $x$ ,  $z_1$ ,  $z_2$  et  $z_3$  sont exprimées en mètre (m) et la force  $F$  en Newton (N).

Cet exemple est tel que :

- $M = 5 \text{ kg}$  ;
- $m_1 = 0,1 \text{ kg}$  ;
- $m_2 = 0,01 \text{ kg}$  ;
- $m_3 = 0,5 \text{ kg}$  ;
- 5 -  $k_1 = m_1(5.2\pi)^2$ ,  $k_2 = m_2(4.2\pi)^2$ ,  $k_3 = m_3(6.2\pi)^2$ , correspondant à des fréquences propres de 5, 4 et 6 Hz respectivement ;
- $r_1 = 0,3\sqrt{k_1 m_1}$ ,  $r_2 = 0,2\sqrt{k_2 m_2}$ ,  $r_3 = 0,15\sqrt{k_3 m_3}$ , correspondant à des amortissements normalisés de 0,3, 0,2 et 0,15 respectivement ;
- $t_1 - t_0 = 0,34 \text{ s}$  ; et
- 10 -  $x_1 - x_0 = 40 \text{ mm}$ .

Par ailleurs, dans un troisième mode de réalisation représenté sur la figure 2, le système S2 comporte le mobile 4, la base 2 qui est montée élastiquement par rapport au sol S et une masse auxiliaire MA qui est reliée par l'intermédiaire d'une liaison élastique eA de type usuel à ladite base 2.

Dans ce cas, les variables du système sont les positions  $x$ ,  $x_B$  et  $z_A$  du mobile 4, de la base B et de la masse auxiliaire MA, qui vérifient les relations :

$$\begin{cases} x = \left[ (m_A s^2 + r_A s + k_A) \cdot (m_B s^2 + (r_A + r_B)s + (k_A + k_B)) - (r_A s + k_A)^2 \right] \cdot y \\ x_B = -M y^{(2)} \\ z_A = -M (r_A y^{(3)} + k_A y^{(2)}) \end{cases} \quad (8)$$

20 dans lesquelles :

- $M$ ,  $m_B$  et  $m_A$  sont les masses respectivement du mobile 4, de la base 2 et de la masse auxiliaire MA ;
- $r_A$  et  $r_B$  sont les amortissements respectivement de la masse auxiliaire MA et de la base 2 ;
- 25 -  $k_A$  et  $k_B$  sont les raideurs respectivement de la masse auxiliaire MA et de la base 2 ; et

–  $s = d/dt$ .

En effet, le modèle dynamique du système S2 s'écrit :

$$\begin{cases} Mx^{(2)} = F \\ mBx^{(2)} = -F - kBx - rBx^{(1)} - k(xB - zA) - rA(xB^{(1)} - zA^{(1)}) \\ mzA^{(2)} = kA(xB - zA) + rA(xB^{(1)} - zA^{(1)}) \end{cases} \quad (9)$$

La variable intermédiaire doit vérifier :

5  $x = P(s)y, xB = PB(s)y \text{ et } zA = Pz(s)y \text{ avec } s = \frac{d}{dt}.$

En reportant ces expressions dans (9), on obtient :

$$\begin{cases} F = Ms^2P(s)y \\ (mBs^2 + (rA + rB)s + (kA + kB))PB(s) = -Ms^2P(s) + (rAs + kA)Pz(s) \\ (mAs^2 + rAs + kA)Pz(s) = (rAs + kA)PB(s). \end{cases}$$

En éliminant Pz dans la dernière équation, il vient :

10 
$$[(mAs^2 + rAs + kA)(mBs^2 + (rA + rB)s + (kA + kB)) - (rAs + kA)^2]PB = -(mAs^2 + rAs + kA)Ms^2P$$
  
d'où l'on tire :

$$\begin{cases} P = (mAs^2 + rAs + kA)(mBs^2 + (rA + rB)s + (kA + kB)) - (rAs + kA)^2 \\ PB = -Ms^2 \\ Pz = -Ms^2(rAs + kA) \end{cases}$$

ce qui permet donc d'obtenir les expressions (8) précitées.

Les valeurs en fonction du temps des différentes variables, et notamment la force F, sont alors obtenues comme précédemment.

15 Ladite force F vérifie dans ce cas l'expression :

$$F(t) = M[(mAs^2 + rAs + kA)(mBs^2 + (rA + rB)s + (kA + kB)) - (rAs + kA)^2]y^{(2)}.$$

Dans un quatrième et dernier mode de réalisation non représenté, le système est formé du mobile 4, de la base 2 et d'une masse auxiliaire MC qui est liée élastiquement audit mobile 4.

Dans ce cas, les variables du système sont les positions  $x$ ,  $x_B$  et  $z_C$  respectivement du mobile 4, de la base 2 et de la masse auxiliaire MC, qui vérifient les relations :

$$\begin{cases} x = [(mCs^2 + rCs + kC) \cdot (mBs^2 + rBs + kB)] \cdot y \\ x_B = [(mCs^2 + rCs + kC) \cdot (Ms^2 + rCs + kC) - (rCs + kC)^2] \cdot y \\ z_C = (rCs + kC)(mBs^2 + rBs + kB) \cdot y \end{cases}$$

5 dans lesquelles :

- $M$ ,  $m_B$  et  $m_C$  sont les masses respectivement du mobile 4, de la base 2 et de la masse auxiliaire MC ;
- $r_B$  et  $r_C$  sont les amortissements respectivement de la base 2 et de la masse auxiliaire MC ;
- 10 –  $k_B$  et  $k_C$  sont les raideurs respectivement de la base 2 et de la masse auxiliaire MC ; et
- $s = d/dt$ .

En effet, le modèle dynamique de ce système s'écrit :

$$\begin{cases} Mx^{(2)} = F - kC(x - zC) - rC(x^{(1)} - zC^{(1)}) \\ m_B x_B^{(2)} = -F - k_B x_B - r_B x_B^{(1)} \\ m_C z_C^{(2)} = kC(x - zC) + rC(x^{(1)} - zC^{(1)}) \end{cases} \quad (10)$$

15 En utilisant, comme dans ce qui précède, la représentation polynomiale de la variable  $s = \frac{d}{dt}$ , le système (10) devient :

$$\begin{cases} (Ms^2 + rCs + kC)x = F + (rCs + kC)zC \\ (mBs^2 + rBs + kB)x_B = -F \\ (mCs^2 + rCs + kC)zC = (rCs + kC)x \end{cases} ,$$

ce qui, avec les expressions de chacune des variables en fonction de la variable intermédiaire (et de ses dérivées),  $x = P(s)y$ ,  $x_B = P_B(s)y$ ,  $z_C = P_z(s)y$ ,  
20 donne finalement :

$$\begin{cases} P = (mCs^2 + rCs + kC)(mBs^2 + rBs + kB) \\ PB = (mCs^2 + rCs + kC)(Ms^2 + rCs + kC) - (rCs + kC)^2 \\ Pz = (rCs + kC)(mBs^2 + rBs + kB) \end{cases}$$

La construction des trajectoires de référence de  $y$ , puis de  $x$ ,  $x_B$ ,  $z_C$  et  $F$  se fait comme indiqué précédemment.

La force  $F$  vérifie dans ce cas :

$$5 \quad F(t) = -(mBs^2 + rBs + kB)[(mCs^2 + rCs + kC)(Ms^2 + rCs + kC) - (rCs + kC)^2]y.$$

On décrit à présent une méthode conforme à l'invention qui permet de déterminer de façon générale et rapide, les expressions définies à l'étape b) précitée du procédé conforme à l'invention, pour des systèmes linéaires de la forme :

$$10 \quad \sum_{j=1}^p A_{i,j}(s)x_j = b_i F, \quad i = 1, \dots, p \quad (11)$$

où les  $A_{i,j}(s)$  sont des polynômes de la variable  $s$ , qui, dans le cas de systèmes mécaniques couplés, sont de degré inférieur ou égal à 2 et où l'un au moins des coefficients  $b_i$  est non nul.  $F$  est l'entrée de commande qui, dans les exemples précédents, est la force produite par l'actionneur 5.

A cet effet, selon l'invention, à l'étape b), on réalise les opérations suivantes :

- les différentes variables  $x_i$  dudit système (par exemple  $S1$  ou  $S2$ ),  $i$  allant de 1 à  $p$ ,  $p$  étant un entier supérieur ou égal à 2, devant vérifier chacune une première expression de la forme :

$$20 \quad x_i = \sum_{j=0}^r p_{i,j} y^{(j)},$$

les  $y^{(j)}$  étant les dérivées d'ordre  $j$  de la variable intermédiaire  $y$ ,  $r$  étant un entier prédéterminé et les  $p_{i,j}$  étant des paramètres à déterminer, on obtient, en posant  $y^{(j)} = s^j y$ , une deuxième expression :

$$x_i = \left( \sum_{j=0}^{i=r} p_{i,j} s^j \right) y = P_i(s) \cdot y$$

- à partir des deuxièmes expressions relatives aux différentes variables  $x_i$  du système, on définit une troisième expression de type vectoriel :

$$X = P \cdot y$$

5

comprenant les vecteurs

$$\left\{ \begin{array}{l} P = \begin{pmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_p \end{pmatrix} \\ X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_p \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

- on calcule ledit vecteur  $P$ , en remplaçant  $X$  par la valeur  $P \cdot y$  dans les expressions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} B^T \cdot A(s) \cdot P(s) = O_{p-1} \\ b_p \cdot F = \sum_{j=1}^{i=p} A_{p,j}(s) \cdot P_j(s) \cdot y \end{array} \right.$$

dans lesquelles :

10

- $B^T$  est la transposée d'une matrice  $B$  de taille  $p \times (p-1)$  et de rang  $p-1$ , telle que  $B^T b = O_{p-1}$  ;

- $b_p$  est la  $p$ -ième composante du vecteur  $b$  ; et

- $O_{p-1}$  est un vecteur nul de dimension  $(p-1)$  ;

- à partir de la valeur ainsi calculée du vecteur  $P$ , on déduit les valeurs des différents paramètres  $p_{i,j}$  ; et

15

- à partir de ces dernières valeurs, on déduit les valeurs des variables  $x_i$  en fonction de la variable intermédiaire  $y$  et de ses dérivées, en utilisant à chaque fois la première expression correspondante.

On justifie à présent la méthode précitée.

Notons  $A(s)$  la matrice de taille  $p \times p$  dont les coefficients sont les polynômes  $A_{i,j}(s)$ ,  $i, j = 1, \dots, p$ , soit :

$$A(s) = \begin{pmatrix} A_{1,1}(s) & \dots & A_{1,p}(s) \\ \vdots & & \vdots \\ A_{p,1}(s) & \dots & A_{p,p}(s) \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_p \end{pmatrix} \text{ et } b = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_p \end{pmatrix}$$

Sans perte de généralité, on peut supposer que le rang de  $A(s)$  est égal à  $p$  (sinon le système est écrit avec des équations redondantes et il suffit d'éliminer les équations dépendantes) et que  $b_p \neq 0$ . Il existe alors une matrice  $B$  de taille  $p \times (p-1)$  et de rang  $p-1$  telle que :

$$B^T b = 0_{p-1}$$

où  $T$  représente la transposition et  $0_{p-1}$  le vecteur de dimension  $p-1$  dont toutes les composantes sont nulles. Le système (11) prémultiplié par  $B^T$  devient alors :

$$B^T A(s) X = 0_{p-1}, \quad b_p F = \sum_{j=1}^p A_{p,j} x_j. \quad (12)$$

Comme indiqué précédemment, une variable intermédiaire  $y$  est caractérisée par le fait que toutes les composantes du vecteur  $X$  peuvent s'exprimer en fonction de  $y$  et d'un nombre fini de ses dérivées. Pour un système linéaire commandable, une telle sortie existe toujours et les composantes de  $X$  peuvent être trouvées sous forme de combinaisons linéaires de  $y$  et de ses dérivées, soit :

$$x_i = \sum_{j=0}^r p_{i,j} y^{(j)}$$

où  $y^{(j)}$  est la dérivée d'ordre  $j$  de  $y$  par rapport au temps et où les  $p_{i,j}$  sont des nombres réels non tous nuls, ou encore :

$$x_i = \left( \sum_{j=0}^r p_{i,j} s^j \right) y = P_i(s) y, \quad i = 1, \dots, p.$$

Nous allons calculer le vecteur  $P(s) = \begin{pmatrix} P_1(s) \\ \vdots \\ P_p(s) \end{pmatrix}$ , en remplaçant  $X$  par

sa valeur  $P(s)y$  dans (12) :

$$B^T A(s)P(s) = 0_{p-1}, \quad b^T F = \sum_{j=1}^p A_{p,j}(s)P_j(s)y. \quad (13)$$

Par conséquent,  $P$  appartient au noyau de la matrice  $B^T A(s)$  de dimension 1, puisque  $B$  est de rang  $p-1$  et  $A(s)$  de rang  $p$ . Pour calculer  $P$ ,  
5 notons  $A_1(s), \dots, A_p(s)$  les colonnes de la matrice  $A(s)$  et  $\hat{A}(s)$  la matrice de taille  $(p-1) \times (p-1)$  définie par :

$$\hat{A}(s) = (A_2(s), \dots, A_p(s)).$$

Notons aussi  $\hat{P}(s)$  le vecteur de dimension  $p-1$  défini par :

$$10 \quad \hat{P}(s) = \begin{pmatrix} P_2(s) \\ \vdots \\ P_p(s) \end{pmatrix}.$$

Réécrivons (13) sous la forme  $B^T A_1(s)P_1(s) + B^T \hat{A}(s)\hat{P}(s) = 0_{p-1}$  ou encore  $B^T \hat{A}(s)\hat{P}(s) = -B^T A_1(s)P_1(s)$ . Comme la matrice  $B^T \hat{A}(s)$  est inversible, on a :

$$\hat{P}(s) = -(B^T \hat{A}(s))^{-1} B^T A_1(s)P_1(s)$$

15 soit :

$$\hat{P}(s) = -\frac{1}{\det(B^T \hat{A}(s))} (\text{co}(B^T \hat{A}(s)))^T B^T A_1(s)P_1(s) \quad (14)$$

où  $\text{co}(B^T \hat{A}(s))$  est la matrice des cofacteurs de  $B^T \hat{A}(s)$ .

On en déduit immédiatement qu'il suffit de choisir :

$$\begin{cases} P_1(s) = \det(B^T \hat{A}(s)) \\ \hat{P}(s) = -(\text{co}(B^T \hat{A}(s)))^T B^T A_1(s) \end{cases} \quad (15)$$

20 ce qui achève le calcul du vecteur  $P(s)$ .

On remarquera que si les  $A_{i,j}(s)$  sont des polynômes de degré inférieur ou égal à  $m$ , le degré de chacune des composantes de  $P$  est inférieur ou égal à  $mp$ . En effet, dans ce cas, le degré du déterminant  $\det(B^T \hat{A}(s))$  est inférieur ou égal à  $(p-1)m$  et le degré de chacune des lignes de  
 5  $(co(B^T \hat{A}(s)))^T B^T A_1(s)$ , utilisant le fait que le degré d'un produit de polynômes est inférieur ou égal à la somme des degrés, est inférieur ou égal à  $(p-1)m + m = pm$ , d'où le résultat précité.

Dans tous les exemples précédemment présentés, qui modélisent des sous-systèmes mécaniques, on a  $m=2$ .

10 On vérifie facilement que cette méthode générale redonne les mêmes calculs de  $P$  que dans chacun des exemples déjà présentés ci-dessus.

On va reprendre certains exemples traités précédemment et montrer comment le calcul de la variable  $y$  permet de réaliser une isolation passive des modes élastiques.

15 Dans tous ces exemples, les trajectoires sont engendrées à partir de trajectoires polynomiales de la valeur intermédiaire  $y$ , obtenues par interpolation des conditions initiales et finales. En outre, on ne s'intéresse qu'au cas particulier où le système est au repos aux instants initial et final, ce qui permet d'établir des formules simples et standard, qui dépendent uniquement du degré du polynôme.  
 20

Dans le cas le plus simple, où les dérivées initiales et finales de  $y$  sont nulles jusqu'à l'ordre 4, le polynôme cherché est de degré 9 :

$$\begin{cases} y(t_0) = y_0 & y^{(1)}(t_0) = 0 & y^{(2)}(t_0) = 0 & y^{(3)}(t_0) = 0 & y^{(4)}(t_0) = 0 \\ y(t_1) = y_1 & y^{(1)}(t_1) = 0 & y^{(2)}(t_1) = 0 & y^{(3)}(t_1) = 0 & y^{(4)}(t_1) = 0 \end{cases}$$

ce qui donne :

25  $y(t) = y_0 + (y_1 - y_0)\sigma^5(126 - 420\sigma + 540\sigma^2 - 315\sigma^3 + 70\sigma^4), \quad \sigma = \left(\frac{t - t_0}{t_1 - t_0}\right) \quad (16)$

Si l'on demande un polynôme tel que les dérivées initiales et finales soient nulles jusqu'à l'ordre 5, le polynôme cherché est de degré 11 :

$$y(t) = y_0 + (y_1 - y_0)\sigma^6(462 - 1980\sigma + 3465\sigma^2 - 3080\sigma^3 + 1386\sigma^4 - 252\sigma^5)$$

toujours avec  $\sigma$  défini comme dans (16).

5

Si l'on demande un polynôme tel que les dérivées initiales et finales soient nulles jusqu'à l'ordre 6, le polynôme cherché est de degré 13 :

$$y(t) = y_0 + (y_1 - y_0)\sigma^7(1716 - 9009\sigma + 20020\sigma^2 - 24024\sigma^3 + 16380\sigma^4 - 6006\sigma^5 + 924\sigma^6).$$

## REVENDEICATIONS

1. Procédé pour déplacer un mobile (4) sur une base (2), ledit mobile (4) étant déplacé linéairement selon un déplacement prédéterminé sous l'action d'une force (F) commandable,

5 caractérisé en ce que :

a) on définit des équations qui :

- illustrent un modèle dynamique d'un système formé par des éléments (2, 4, MA, MA1, MA2, MA3), dont ledit mobile (4), qui sont amenés en mouvement lors d'un déplacement dudit mobile (4) ; et
- 10 – comprennent au moins deux variables, dont la position dudit mobile (4) ;

b) on exprime toutes les variables de ce système, ainsi que ladite force (F), en fonction d'une même variable intermédiaire  $y$  et d'un nombre déterminé de dérivées en fonction du temps de cette variable intermédiaire, ladite force (F) étant telle, qu'appliquée audit mobile (4), elle déplace ce dernier selon ledit déplacement déterminé et rend tous les

15 éléments dudit système immobiles à la fin dudit déplacement ;

c) on détermine les conditions initiales et finales de toutes lesdites variables ;

20 d) à partir des expressions des variables définies à l'étape b) et desdites conditions initiales et finales, on détermine la valeur en fonction du temps de ladite variable intermédiaire ;

e) on calcule la valeur en fonction du temps de ladite force, à partir de l'expression de la force, définie à l'étape b) et de ladite valeur de la variable intermédiaire, déterminée à l'étape d) ; et

25

f) on applique audit mobile (4) la valeur ainsi calculée de ladite force (F).

2. Procédé selon la revendication 1, caractérisé en ce qu'à l'étape a), on réalise les opérations suivantes : on note  $x_i$ ,  $i$  allant de 1 à  $p$ ,  $p$  étant un entier supérieur ou égal à 2, les varia-

bles du système et on exprime le bilan des forces et des moments, en approximant au premier ordre si nécessaire, sous la forme dite matricielle polynomiale :

$$A(s)X = bF$$

5

avec :

- $A(s)$  matrice de taille  $p \times p$  dont les éléments  $A_{ij}(s)$  sont des polynômes de la variable  $s = d/dt$  ;

- $X$  le vecteur  $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_p \end{pmatrix}$  ;

10

- $b$  le vecteur de dimension  $p$  ; et
- $F$  la force exercée par un moyen de déplacement du mobile et en ce qu'à l'étape b), on réalise les opérations suivantes :
  - les différentes variables  $x_i$  dudit système,  $i$  allant de 1 à  $p$ , devant vérifier chacune une première expression de la forme :

15

$$x_i = \sum_{j=0}^{j=r} p_{i,j} y^{(j)} ,$$

les  $y^{(j)}$  étant les dérivées d'ordre  $j$  de la variable intermédiaire  $y$ ,  $r$  étant un entier prédéterminé et les  $p_{i,j}$  étant des paramètres à déterminer, on obtient, en posant  $y^{(j)} = s^j y$ , une deuxième expression :

$$x_i = \left( \sum_{j=0}^{j=r} p_{i,j} s^j \right) y = P_i(s) \cdot y ,$$

20

- à partir des deuxièmes expressions relatives aux différentes variables  $x_i$  du système ( $S_1, S_2$ ), on définit une troisième expression de type vectoriel :

$$X = P \cdot y$$

comprenant le vecteur  $P = \begin{pmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_p \end{pmatrix}$

- on calcule ledit vecteur  $P$ , en remplaçant  $X$  par la valeur  $P.y$  dans le système suivant :

$$\begin{cases} B^T . A(s) . P(s) = O_{p-1} \\ b_p . F = \sum_{j=1}^p A_{p,j}(s) . P_j(s) . y \end{cases}$$

5      dans lequel :

- .  $B^T$  est la transposée d'une matrice  $B$  de taille  $p \times (p-1)$ , telle que  $B^T b = O_{p-1}$  ;
- .  $b_p$  est la  $p$ -ième composante du vecteur  $b$  précédemment défini ; et
- .  $O_{p-1}$  est un vecteur nul de dimension  $(p-1)$  ;

- 10      – à partir de la valeur ainsi calculée du vecteur  $P$ , on déduit les valeurs des différents paramètres  $p_{i,j}$  ; et
- à partir de ces dernières valeurs, on déduit les valeurs des variables  $x_i$  en fonction de la variable intermédiaire  $y$  et de ses dérivées, en utilisant à chaque fois la première expression correspondante.

15      3. Procédé selon l'une des revendications 1 et 2, caractérisé en ce qu'à l'étape d), on utilise une expression polynomiale de la variable intermédiaire  $y$  pour déterminer la valeur de cette dernière.

20      4. Procédé selon la revendication 3, caractérisé en ce que, pour déterminer les paramètres de l'expression polynomiale de la variable intermédiaire  $y$ , on utilise les conditions initiales et finales des différentes variables du système, ainsi que les expressions définies à l'étape b).

5. Procédé selon l'une quelconque des revendications 1 à 4, pour déplacer un mobile (4) sur une base (2) qui est montée élastiquement par

rapport au sol (S) et qui est susceptible d'être soumise à des mouvements linéaire et angulaire,

caractérisé en ce que les variables du système sont la position linéaire  $x$  du mobile, la position linéaire  $x_B$  de la base et la position angulaire  $\theta_z$  de la

5 base, qui vérifient les relations :

$$\begin{cases} x = y + \left( \frac{r_B}{k_B} + \frac{r_\theta}{k_\theta} \right) y^{(1)} + \left( \frac{m_B}{k_B} + \frac{r_B r_\theta}{k_B k_\theta} + \frac{J}{k_\theta} \right) y^{(2)} + \left( \frac{r_B J}{k_B k_\theta} + \frac{m_B r_\theta}{k_B k_\theta} \right) y^{(3)} + \frac{m_B J}{k_B k_\theta} y^{(4)} \\ x_B = - \frac{m}{k_B} \left( \frac{J}{k_\theta} y^{(4)} + \frac{r_\theta}{k_\theta} y^{(3)} + y^{(2)} \right) \\ \theta_z = -d \frac{m}{k_\theta} \left( \frac{m_B}{k_B} y^{(4)} + \frac{r_B}{k_B} y^{(3)} + y^{(2)} \right) \end{cases}$$

dans lesquelles :

- $m$  est la masse du mobile ;
- 10 –  $m_B$ ,  $k_B$ ,  $k_\theta$ ,  $r_B$ ,  $r_\theta$  sont respectivement la masse, la raideur linéaire, la raideur de torsion, l'amortissement linéaire et l'amortissement de torsion de la base ;
- $J$  est l'inertie de la base par rapport à un axe vertical ;
- $d$  est la distance entre l'axe de translation du centre de masse du mobile et celui de la base ; et
- 15 –  $y^{(1)}$ ,  $y^{(2)}$ ,  $y^{(3)}$  et  $y^{(4)}$  sont respectivement les dérivées première à quatrième de la variable  $y$ .

6. Procédé selon l'une quelconque des revendications 1 à 4, pour déplacer sur une base un mobile (4) sur lequel sont montées élastiquement un nombre  $p$  de masses auxiliaires  $MA_i$ ,  $p$  étant supérieur ou égal à 1,  $i$  allant de 1 à  $p$ ,

- 20 caractérisé en ce que les variables du système sont la position  $x$  du mobile (4) et les positions  $z_i$  des  $p$  masses auxiliaires  $MA_i$ , qui vérifient les relations :

$$\begin{cases} x = \left( \prod_{i=1}^p \left( \frac{m_i}{k_i} s^2 + \frac{r_i}{k_i} s + 1 \right) \right) \cdot y \\ z_i = \left( \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^p \left( \frac{m_j}{k_j} s^2 + \frac{r_j}{k_j} s + 1 \right) \right) \cdot \left( \frac{r_i}{k_i} s + 1 \right) \cdot y \end{cases}$$

dans lesquelles :

- $\Pi$  illustre le produit des expressions associées ;
- $m_i$ ,  $z_i$ ,  $k_i$  et  $r_i$  sont respectivement la masse, la position, la raideur et  
5 l'amortissement d'une masse auxiliaire  $MA_i$  ;
- $m_j$ ,  $k_j$  et  $r_j$  sont respectivement la masse, la raideur et l'amortissement  
d'une masse auxiliaire  $MA_j$  ; et
- $s = d/dt$ .

7. Procédé selon l'une quelconque des revendications 1 à 4, pour  
10 déplacer un mobile (4) sur une base (2) qui est montée élastiquement par  
rapport au sol (S) et sur laquelle est montée élastiquement une masse  
auxiliaire (MA),

caractérisé en ce que les variables du système sont les positions  $x$ ,  $x_B$  et  
 $z_A$  respectivement du mobile (4), de la base (2) et de la masse auxiliaire  
15 (MA), qui vérifient les relations :

$$\begin{cases} x = \left[ (m_A s^2 + r_A s + k_A) \cdot (m_B s^2 + (r_A + r_B) s + (k_A + k_B)) - (r_A s + k_A)^2 \right] \cdot y \\ x_B = -M y^{(2)} \\ z_A = -M (r_A y^{(3)} + k_A y^{(2)}) \end{cases}$$

dans lesquelles :

- $M$ ,  $m_B$  et  $m_A$  sont les masses respectivement du mobile (4), de la base  
(2) et de la masse auxiliaire (MA) ;
- $r_A$  et  $r_B$  sont les amortissements respectivement de la masse auxiliaire  
20 (MA) et de la base (2) ;

- $k_A$  et  $k_B$  sont les raideurs respectivement de la masse auxiliaire (MA) et de la base (2) ; et
- $s = d/dt$ .

8. Procédé selon l'une quelconque des revendications 1 à 4, pour  
 5 déplacer sur une base montée élastiquement par rapport au sol, un mobile sur lequel est montée élastiquement une masse auxiliaire, caractérisé en ce que les variables du système sont les positions  $x$ ,  $x_B$  et  $z_C$  respectivement du mobile, de la base et de la masse auxiliaire, qui vérifient les relations :

$$10 \quad \begin{cases} x = [(mCs^2 + rCs + kC) \cdot (mBs^2 + rBs + kB)] \cdot y \\ x_B = [(mCs^2 + rCs + kC) \cdot (Ms^2 + rCs + kC) - (rCs + kC)^2] \cdot y \\ z_C = (rCs + kC) \cdot (mBs^2 + rBs + kB) \cdot y \end{cases}$$

dans lesquelles :

- $M$ ,  $m_B$  et  $m_C$  sont les masses respectivement du mobile, de la base et de la masse auxiliaire ;
- $r_B$  et  $r_C$  sont les amortissements respectivement de la base et de la  
 15 masse auxiliaire ;
- $k_B$  et  $k_C$  sont les raideurs respectivement de la base et de la masse auxiliaire ; et
- $s = d/dt$ .

9. Dispositif comportant :

- 20 – une base (2) ;
- un mobile (4) susceptible d'être déplacé linéairement sur ladite base (2) ; et
- un actionneur commandable (5) susceptible d'appliquer une force ( $F$ ) audit mobile (4) en vue de son déplacement sur ladite base (2),
- 25 caractérisé en ce qu'il comporte de plus des moyens (6) qui mettent en œuvre les étapes a) à e) du procédé spécifié sous l'une quelconque des

revendications 1 à 8, pour calculer une force (F) susceptible d'être appliquée audit mobile (4), et qui déterminent un ordre de commande et le transmettent audit actionneur (5) pour qu'il applique audit mobile (4) la force (F) ainsi calculée.

1/5

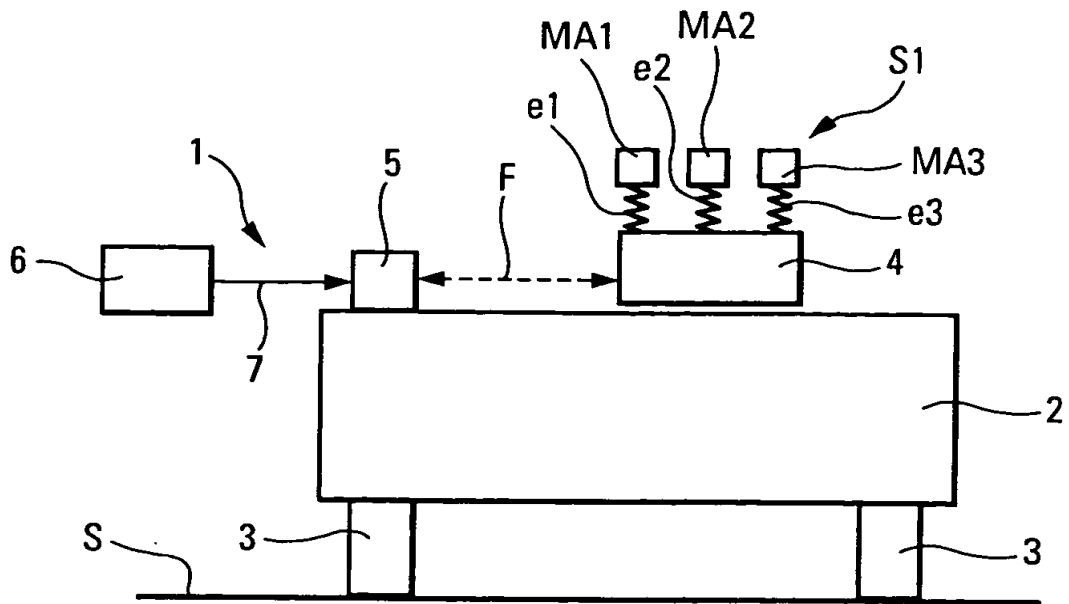


Fig. 1

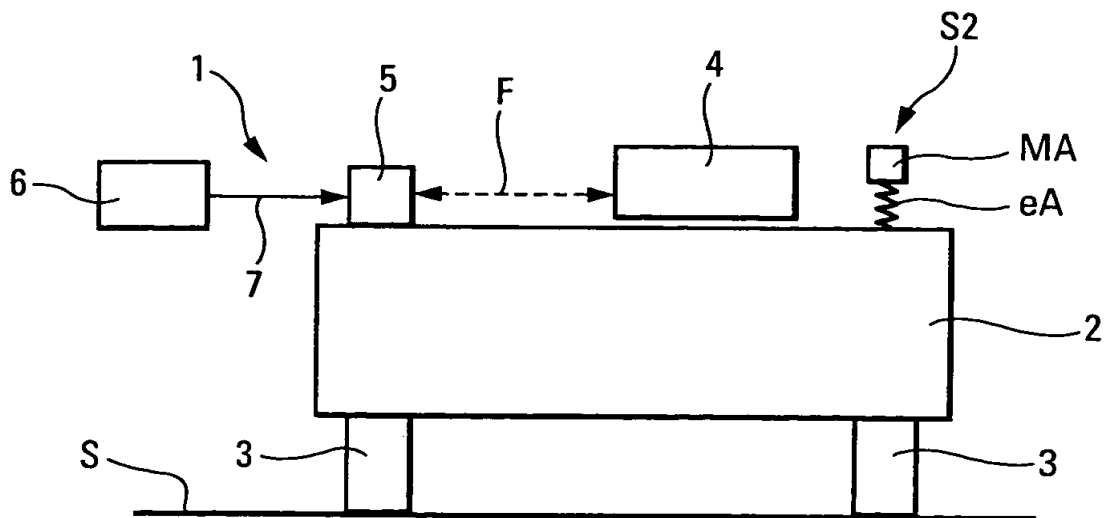


Fig. 2

2/5

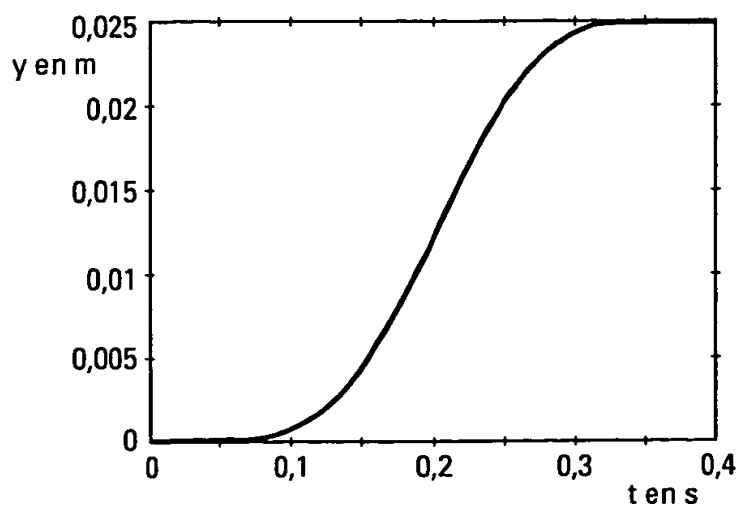


Fig. 3

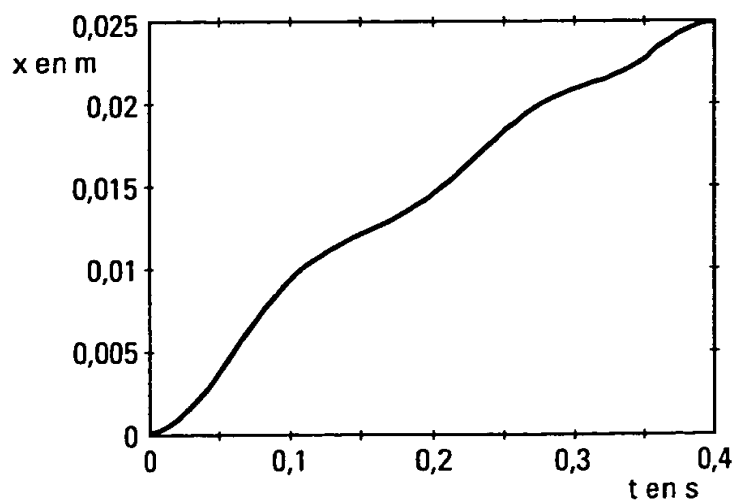


Fig. 4

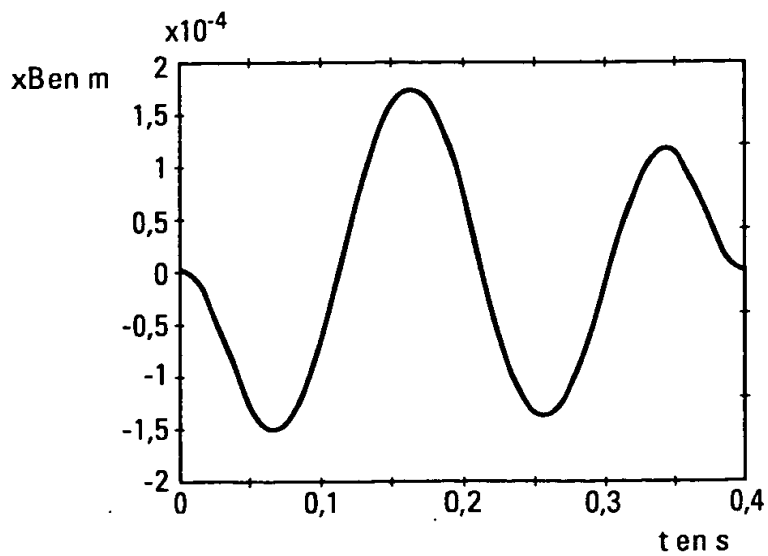


Fig. 5

3/5

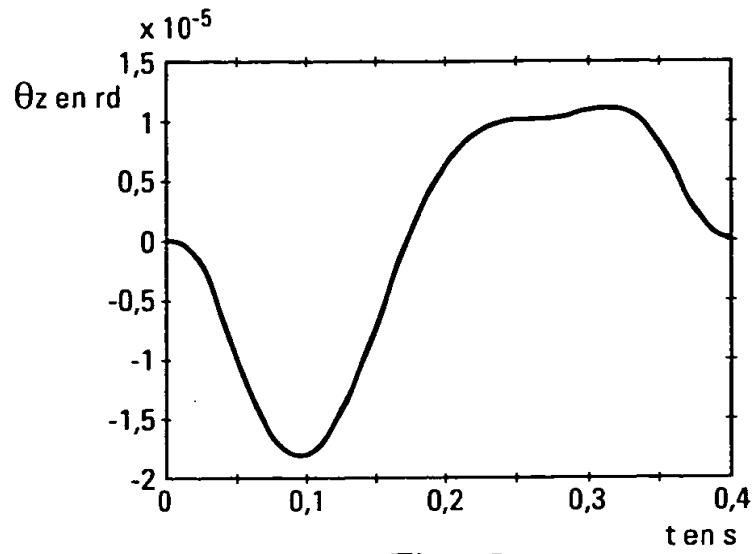


Fig. 6

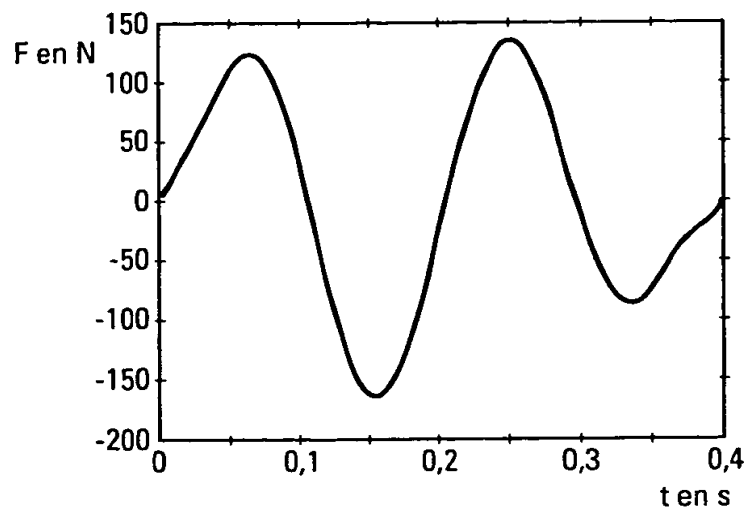


Fig. 7

4/5

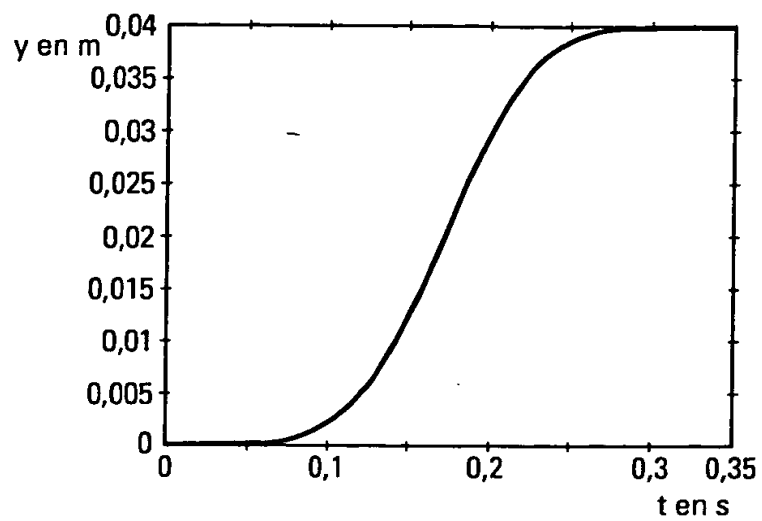


Fig. 8

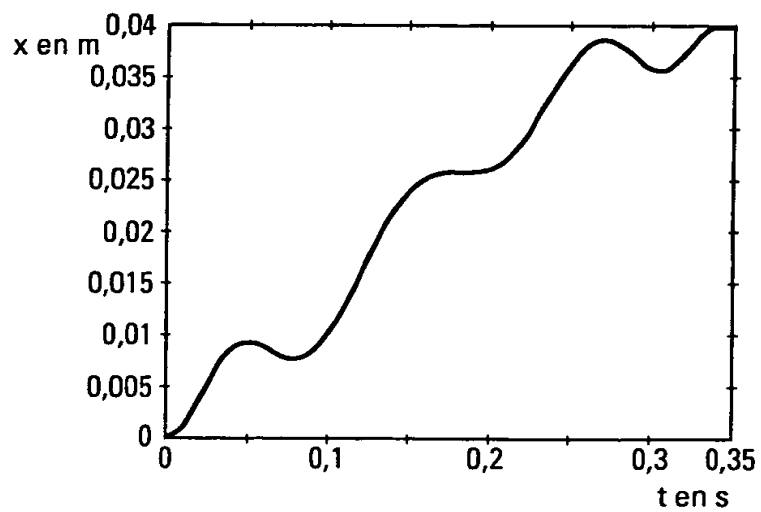


Fig. 9

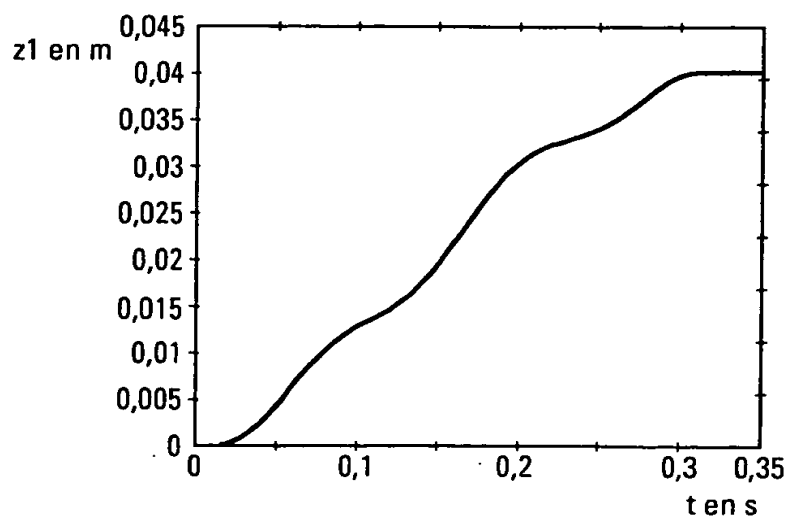


Fig. 10

5/5

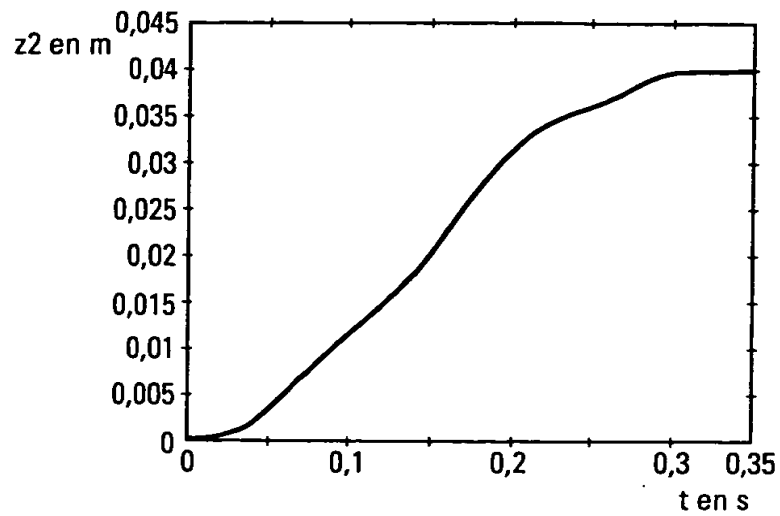


Fig. 11

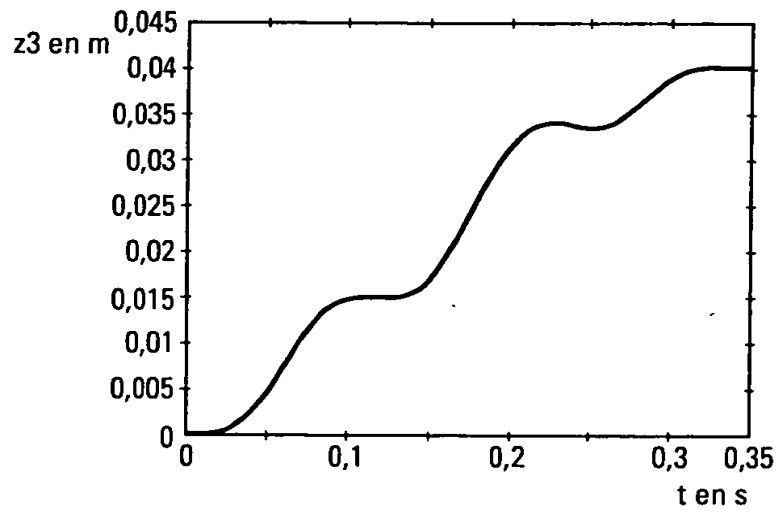


Fig. 12

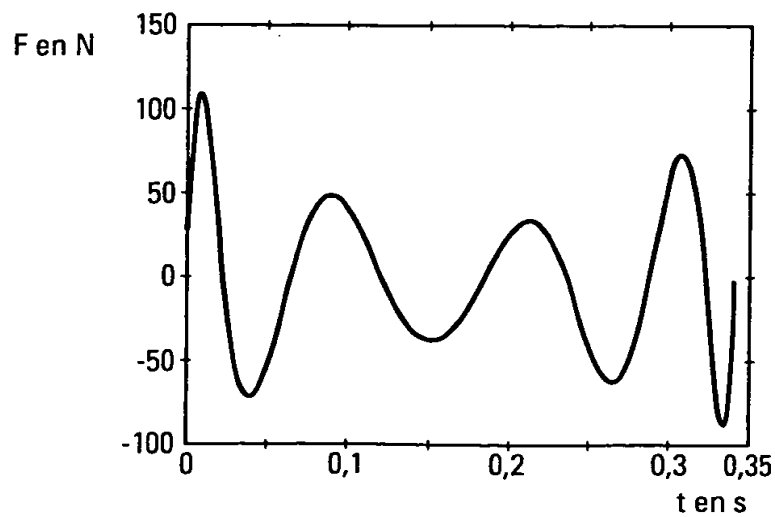


Fig. 13